

Optische Abbildung mit Einzel- und Tandemobjektiven

1. Wirkungsgrad einer Abbildung mit einem Einzelobjektiv

Mit einem Einzelobjektiv wird ein strahlender Gegenstand der Fläche A [m^2] und der

Ausstrahlung $M \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$ auf ein Bild der Fläche a [m^2] abgebildet (Abb.1). Der

Wirkungsgrad η einer Abbildung ist definiert als Verhältnis von Bestrahlstärke $e \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$

am Bildort zur Ausstrahlung M am Gegenstand.

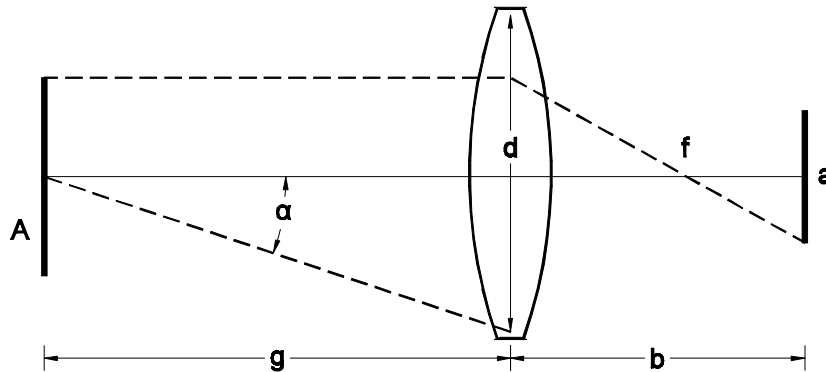


Abb. 1

Nimmt man eine lambertsche Abstrahlcharakteristik der strahlenden Fläche an, so ist die Strahlstärke I [W] eine winkelabhängige Funktion.

$$I = I_0 \cos \alpha \quad (1)$$

Die Gesamtstrahlleistung P [W] des Gegenstandes erhält man, indem man über den ganzen Raumwinkel Ω integriert.

$$P = \int_{\Omega} d\Omega I = \int_0^{\pi/2} d\alpha \int_0^{2\pi} d\phi I_0 \cos \alpha \sin \alpha = I_0 \pi \quad (2)$$

Die Gesamtstrahlleistung p am Bildort ist eine Funktion des Winkels α , da nur ein Teil der Strahlleistung des Gegenstandes durch die Linse übertragen wird.

$$p = \int_0^{\alpha} d\alpha \int_0^{2\pi} d\phi I_0 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{\pi}{2} I_0 (1 - \cos 2\alpha) \quad (3)$$

Nach der Anwendung der trigonometrischen Beziehung $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$ und der Definition um Apertur $N.A. = \sin \alpha$ ergibt sich das Verhältnis von abgebildeter zu abgestrahlter Leistung.

$$x := \frac{P}{P} = \sin^2 \alpha = (N.A.)^2 \quad (4)$$

Den Winkel α kann man mit den Größen der Abbildungsgeometrie ausdrücken.

$$\tan \alpha = \frac{d}{2g} \quad (5)$$

Führt man die Blendenzahl $k := \frac{f}{d}$ und den Abbildungsmaßstab $\beta := \frac{b}{g}$ ein, so kann man $\tan \alpha$ folgendermaßen darstellen.

$$\tan \alpha = \frac{\beta}{2k(1 + \beta)} \quad (6)$$

Mit einer trigonometrischen Beziehung rechnet man den sin in einen tan um.

$$x = \sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\beta^2}{4k^2(1 + \beta)^2 + \beta^2} \quad (7)$$

Die Flächen A und a verhalten sich wie die Quadrate von Bild- und Gegenstandsweite.

$$\frac{a}{A} = \frac{b^2}{g^2} = \beta^2 \quad (8)$$

Für die Ausstrahlung M des Gegenstandes und die Beleuchtungsstärke e am Bildort gilt per Definition:

$$M := \frac{P}{A} \quad e := \frac{P}{a} \quad (9)$$

Als Wirkungsgrad η ergibt sich dann:

$$\eta = \frac{e}{M} = \frac{x}{\beta^2} = \frac{1}{4k^2(1 + \beta)^2 + \beta^2} \quad (10)$$

2. Wirkungsgrad einer Abbildung mit Tandemanordnung

Eine Tandemanordnung besteht aus zwei Linsen mit unterschiedlicher Brennweite und im Idealfall mit gleichem Linsendurchmesser, so daß der parallele Lichtstrahl zwischen den Linsen verlustfrei ist. Der strahlende Gegenstand steht in der Brennebene des Eingangsobjektivs, das Bild wird in der Brennebene des Ausgangsobjektivs aufgenommen. Der Abbildungsmaßstab ergibt sich aus dem Verhältnis der beiden Brennweiten:

$$\beta = \frac{a}{A} = \frac{f_B}{f_G} \quad (\text{Abb. 2}).$$

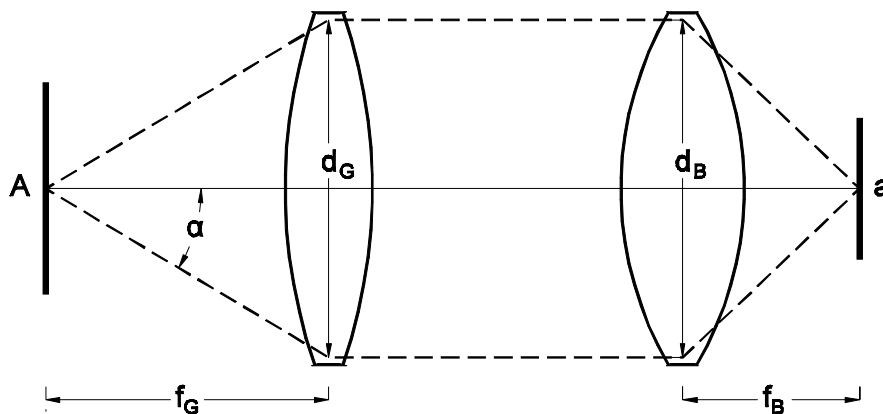


Abb. 2

Geht man auch hier von einer lambertschen Abstrahlcharakteristik des Gegenstandes aus (1), so ist das Verhältnis von abgebildeter zu abgestrahlter Leistung dasselbe wie bei der Abbildung mit einem Einzelobjektiv (2).

$$x = \sin^2 \alpha = (\text{N.A.})^2$$

Bei der Tandemanordnung bestimmt sich aber der Winkel α anders.

$$\tan \alpha = \frac{d}{2f_G} \quad (11)$$

Führt man die Blendenzahl des Eingangsobjektivs $k_G := \frac{f_G}{d_G}$ ein, so ergibt sich für $\tan \alpha$ eine vom Abbildungsmaßstab β unabhängige Größe.

$$\tan \alpha = \frac{1}{2k_G} \quad (12)$$

$$x = \frac{1}{4k_G^2 + 1} \quad (13)$$

Für den Wirkungsgrad η_G der Beleuchtungsstärken erhält man folgendes Ergebnis.

$$\eta_G = \frac{e}{M} = \frac{x}{\beta^2} = \frac{1}{4k_G^2 \beta^2 + \beta^2} \quad (14)$$

Ist der Durchmesser des Ausgangsobjektivs kleiner als der des Eingangsobjektivs ($d_B \leq d_G$), so ergibt sich folgender korrigierter Wirkungsgrad:

$$\eta = \eta_G \cdot \frac{d_B^2}{d_G^2} \quad (15)$$

Benutzt man die Blendenzahl $k_G = \frac{f_G}{d_G}$; $k_B = \frac{f_B}{d_B}$ und den Abbildungsmaßstab $\beta = \frac{f_B}{f_G}$, so läßt sich Gleichung (15) angeben:

$$\eta = \frac{1}{4k_B^2 + \left(\frac{k_B}{k_G}\right)^2} \quad (16)$$

3. Problem der Vignettierung

Bei Bildelementen außerhalb der optischen Achse tritt ein Helligkeitsabfall von der Bildmitte zum Bildrand wegen der Beschneidung des Strahlenbündels durch die Linsenfassung auf. Unter ungünstigen Umständen kann die Beleuchtungsstärke am Bildrand bis auf 20% von der in der Bildmitte abfallen. Grund dafür ist, daß außeraxiale Strahlenbündel in nicht achsenparallele Bündel abgebildet werden. So geht der zweiten Linse Intensität verloren. Dieser Effekt wird Vignettierung genannt.

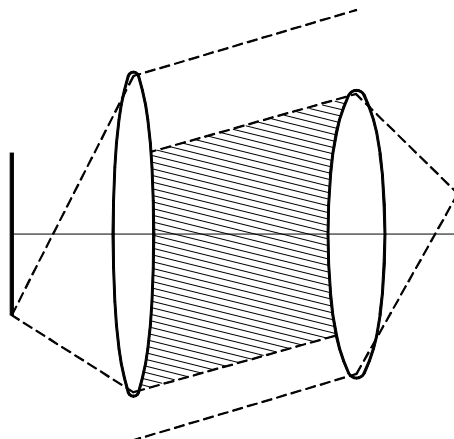


Abb. 3

In der Abb. 3 wird die Vignettierung bei beiden Linsen berücksichtigt. Von der Beleuchtungsstärke des Bildrandes wird nur der schraffierte Anteil übertragen. Durch eine spezielle Konstruktion der Optik können vignettierungsfreie Einzelobjektive (überhöhte Objektive) hergestellt werden. Mit diesen werden am Bildrand noch 70% der Beleuchtungsstärke übertragen.

Darum ist es sinnvoll als Eingangsobjektiv in der Tandemanordnung ein vignettierungsfreies Objektiv zu benutzen. Aus wirtschaftlichen Gründen ist es nicht sinnvoll, auch als Ausgangsobjektiv ein vignettierungsfreies Objektiv zu wählen.

4. Abbildbare Gegenstandsgröße

Um einen Gegenstand mit einem Objektiv verzerrungsfrei abbilden zu können, sollte der Bildwinkel $w \leq 8^\circ$ sein.

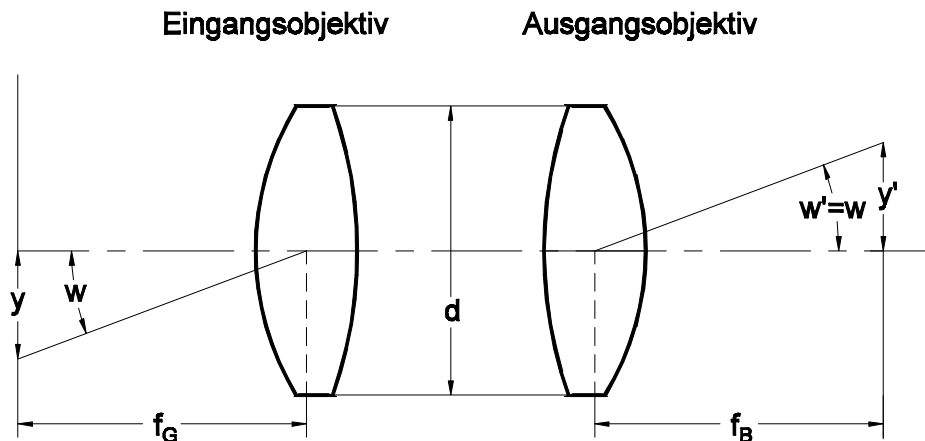


Abb. 4

Der Bildwinkel berechnet sich durch die Brennweite f_G und die Ausdehnung des Gegenstandes y .

$$\tan w = \frac{y}{f_G} \quad (17)$$

Dies bedeutet, daß man bei vorgegebener Bildgröße von ca. 25mm ($2y = 25\text{mm}$) ein Eingangsobjektiv mit einer Brennweite von mindestens 90mm benötigt.

5. Vergleich von Wirkungsgraden mit Einzel- und Tandemobjektiven

In der nachfolgenden Tabelle werden verschiedene Kombinationsmöglichkeiten von Eingangs- und Ausgangsobjektiven zu der jeweiligen Anordnung mit einem Einzelobjektiv verglichen.

Bei der Tandemanordnung wird von einem Gegenstandsdurchmesser von 25mm ausgegangen, so daß eine Brennweite von mindestens 90mm für das Eingangsobjektiv, um eine verzerrungsfreie Abbildung zu erhalten, verwendet werden muß.

Für die Ausgangsobjektive können hochgeöffnete Objektive verwendet werden, da eben nur eine Abbildung aus dem Unendlichen erfolgt. Sehr gut geeignet sind alle handelsüblichen Foto-Objektive (Kleinbildformat). Als Eingangsobjektive werden speziell überhöhte Kollimatorobjektive verwendet.

Bei der Abbildung von Einzelobjektiven sollte man im Abbildungsmaßstab 1:1 bis 1:3 speziell gerechnete Makro-Objektive verwenden. Besonders kritisch sind hier hochgeöffnete Objektive, die normal nicht für Makroabbildungen geeignet sind.

Ein gutes, typisch handelsübliches Objektiv ist ein Nikon Makro-Foto-Objektiv mit den Daten F2.8/55mm.

Verwendet man dennoch hochgeöffnete Einzelobjektive, so ist mit einem deutlichen Rückgang der MTF und Vignettierung zu rechnen.

Verschiedene Tandemanordnungen

Eingangsobjektiv	Ausgangsobjektiv	Abbildungsmaßstab β	Wirkungsgrad η
1.5 / 100mm	1.5 / 100mm	1:1	10%
1.5 / 100mm	1.0 / 50mm	1:2	22,5%
2,8 / 100mm	1.2 / 46mm	1:2,17	16,8%
2,8 / 100mm	1,0 / 35mm	1:2,86	24,2%

Anordnung mit Einzelobjektiv

Einzelobjektiv	Abbildungsmaßstab β	Wirkungsgrad η
2.8 / 55mm	1:1	0,8%
2.8 / 55mm	1:2	1,4%
1,0 / 50mm	1:1	5,9%
1,0 / 50mm	1:2	10,8%
1,0 / 50mm	1:2,17	11,4%
1,0 / 50mm	1:2,86	13,5%